

Lektion 8 - Funktioner 2 (sammensat og invers funktion)

I dette dokument findes links til supplerende materiale, samt en vejledning til at bruge sammensatte funktioner til at reducere udtryk.

Supplerende Materiale:

Exponents and radicals - Khan Academy:

<https://www.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:rational-exponents-radicals>

(Hver opmærksomme på, at Khan Academy følger en anden rækkefølge end dette kursus, så der kan blive refereret til emner, der ikke er gennemgået endnu)

Inverse funktioner til reduktion af udtryk

Som også bliver beskrevet i lektionen gælder der, at hvis man sætter en funktion og dens inverse funktion sammen vil de eliminere hinanden, og man vil stå tilbage med inputtet til funktionen.

$$f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$$

Eksempler på dette kan være:

$$\sqrt[a]{x^a} = (\sqrt[a]{x})^a = x$$

$$\log_a(a^x) = a^{\log_a(x)} = x$$

$$\frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

Det kan være en hjælp til ligningsløsning, hvilket kan demonstreres gennem et par eksempler.

Eksempel 1:

Løs følgende ligning:

$$x^2 = (2x + 10)^2$$

En mulighed for at løse ovenstående ligning er at bruge kvadratsætningsreglerne til at simplificere udtrykket på højresiden og derefter omskrive udtrykket til en klassisk andengradsligning og løse den, med de metoder, der bliver præsenteret i Lektion 6. Men det

tager relativt lang tid. Derfor kan det være en god ide at bruge vores viden om inverse funktioner til at simplificere udtrykket. Vi tager kvadratroden på begge sider:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(2x + 10)^2}$$

$$x = 2x + 10$$

Denne ligning kan nu nemt løses med konventionelle ligningsløsningsteknikker. $2x$ trækkes fra på begge sider:

$$x - 2x = 2x - 2x + 10$$

$$-x = 10$$

Og der ganges med -1 på begge sider:

$$-1 \cdot (-x) = -1 \cdot 10$$

$$x = -10$$

Eksempel 2:

Løs følgende ligning:

$$10^x = 1$$

Her kan man igen udnytte at vi kender den inverse funktion til 10^x , nemlig $\log_{10}(x)$. Vi tager denne funktion på begge sider af lighedstegnet:

$$\log_{10}(10^x) = \log_{10}(1)$$

$$x = \log_{10}(1) = 0$$

Fordi enhver logaritme til tallet 1 giver 0.
