

Lektion 11 - Funktioner 5 (Trigonometriske funktioner)

I dette dokument findes links til supplerende materiale, samt en vejledning til, hvordan man kan bruge substitution til at løse ligninger med. Det er relevant i dagens opgaveregning.

Supplerende Materiale:

Trigonometry - Khan Academy:

<https://www.khanacademy.org/math/trigonometry>

(Hver opmærksomme på, at Khan Academy følger en anden rækkefølge end dette kursus, så der kan blive refereret til emner, der ikke er gennemgået endnu)

Ligningsløsning ved hjælp af substitution

Hver gang, man har et udtryk, vil der gælde, at det kan repræsenteres af et tal. Typisk kender vi ikke den værdi, tallet skal have, men da kan vi vælge en vilkårlig variabel til at repræsentere vores udtryk, og så kan vi regne med den i stedet. Teknikken illustreres bedst med et par eksempler:

Eksempel 1:

Løs ligningen:

$$(x - 2)^2 - 11 \cdot (x - 2) + 10 = 0$$

Her kan man regne sine parenteser ud og derefter løse sin andengradsligning. En genvej kan dog være at sige, at udtrykket $x - 2$ erstattes af en variabel u , så:

$$u = x - 2$$

Da bliver ligningen:

$$u^2 - 11 \cdot u + 10 = 0$$

Den løses efter den klassiske løsning til en andengradsligning:

$$u = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 40}}{2}$$

$$u = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2}$$

$$u = \frac{11 + 9}{2} \vee \frac{11 - 9}{2} = 10 \vee 1$$

Vi kan nu indsætte det oprindelige udtryk for u i de to løsninger og bruge det til at finde x .

$$x - 2 = 10$$

$$x = 12$$

Og for det andet udtryk:

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

Eksempel 2:

Løs ligningen:

$$(\cos(x))^2 - \frac{1}{2} \cdot \cos(x) + \frac{1}{2} = 0$$

Denne ligning kan man i udgangspunktet ikke bare lige løse. Men her kan substitution igen hjælpe os. Vi erstatter $\cos(x)$ med u , som i det foregående eksempel:

$$u = \cos(x)$$

Så ligningen bliver:

$$u^2 - \frac{3}{2}u + \frac{1}{2} = 0$$

Ligningen løses med den klassiske løsning til en andengradsligning:

$$u = \frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}}}{2} = \frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2}}{2} = \frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}}}{2} = \frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}}{2}$$

$$u = \frac{\frac{3}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{4}}}{2} = \frac{\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}}{2}$$

$$u = \frac{2}{2} \vee \frac{1}{2} = 1 \vee \frac{1}{2}$$

Nu må vi igen indsætte vores udtryk for u :

$$\cos(x) = 1$$

$$x = 0 + 2 \cdot \pi \cdot n$$

Hvor n er et heltal. For den anden løsning:

$$\cos(x) = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2 \cdot \pi \cdot n$$
