

Facit til kursustgang 7: Funktioner 1 (injektivitet, surjektivitet, sum, produkt)

1. Svarene er:

- (a) f er en funktion som er surjektiv men ikke injektiv.
- (b) g er en funktion som er injektiv men ikke surjektiv.
- (c) h er ikke en funktion da $h(4) = \text{Hest, Hund}$.

2. En cirkel kan ikke beskrives som grafen for en funktion da denne funktion i så fald ville have x -værdier som skulle sendes i to y -værdier. Man kan dog beskrive enhver cirkel ved hjælp af to funktioner, en øvre og nedre halvcirkel, givet ved $y = b \pm \sqrt{r^2 - (x - a)^2}$.

3. Svarene kunne være:

- (a) En mulighed er $f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = \pi, f(4) = 1, f(5) = -1$, men der er 119 andre rigtige svar...
- (b) En mulighed kunne være $f(x) = \pi$ for alle $x \in A$.

4. Kun den røde kurve er grafen for en funktion.

5. Så længe $D \subset [0, \infty[$ eller $D \subset]-\infty, 0]$ vil f være injektiv.

6. Svarene er:

$$D(f) = [-1, 2], \quad D(g) = \mathbf{R}, \quad D(h) =]-2, \infty[.$$

7. Værdimængden for funktionen $f(x) = -3x^2 + 9$ er $f(\mathbb{R}) =]-\infty, 9]$.

8. Svarene er:

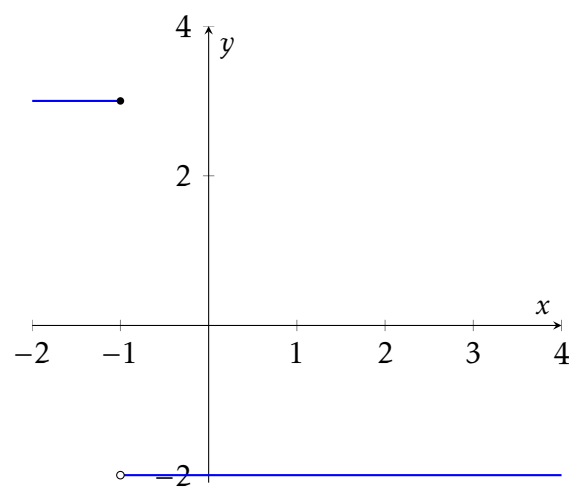
- (a) $(f + g)(2) = \frac{10}{3}$
- (b) $\frac{f}{g}(-2) = -3$
- (c) $(fg)(0) = -1$
- (d) $\frac{g}{f}(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 - x - 1}$
- (e) $(g - f)(x) = \frac{-x^3 - x^2 + x + 2}{1 + x}$.

9. Funktionen f er injektiv da

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = x.$$

Den er ikke surjektiv da $f(x) \neq 0$ for alle $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, dog er alle andre punkter med y i værdimængden for f . Derfor bliver f bijektiv hvis domænet ændres til $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

10. I Figur 1 ses et eksempel på en sådan funktion.



Figur 1: Opgave 10.